**2a Lista de Exercícios de Grafos**

**Professor: Glauber Cintra – Entrega: 7/dez/2017**

1. (**1 ponto**) Seja *G* o grafo abaixo, utilizado nas questões de 1 a 3. Exiba uma representação planar de *G*. Se não for possível, justifique.

e5

e6

e14

e7

e8

e13

e2

e3

e9

e4

e12

e10

e11

e15’

v7

v2

v8

v3

v1

v4

v6

v5

e1

e16

e17

1. (**1 ponto**) Seja *x* o índice cromático de *G*. Determine *x*. Exiba uma *x*-aresta-coloração própria de *G*. Justifique porque não existe uma aresta-coloração própria de *G* que utilize menos de *x* cores.
2. (**1 ponto**) Seja *y* o número cromático de *G*. Determine *y*. Exiba uma *y*-vértice-coloração própria de *G*. Justifique porque não existe uma vértice-coloração própria de *G* que utilize menos de *y* cores.
3. (**2 pontos**) A tabela abaixo indica quais tarefas cada trabalhador está habilitado a executar. Designe exatamente uma tarefa para cada trabalhador de modo que cada tarefa seja realizada por um trabalhador que esteja apto para executá-la.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Trabalhador\Tarefa | A | B | C | D | E | F | G | H | I |
| Amélia |  | ✓ |  | ✓ |  |  |  |  |  |
| Bruno |  |  |  |  | ✓ | ✓ |  |  |  |
| Carlos | ✓ |  |  |  |  |  | ✓ |  |  |
| Davi |  |  | ✓ |  |  | ✓ |  | ✓ | ✓ |
| Ester |  | ✓ |  |  |  |  |  |  |  |
| Fernando | ✓ |  | ✓ | ✓ |  |  |  |  |  |
| Gil |  |  |  |  | ✓ |  |  |  | ✓ |
| Henrique |  |  |  |  |  |  | ✓ | ✓ |  |
| Iara |  |  |  |  | ✓ |  |  |  |  |

1. (**2 pontos**) Todo grafo bipartido *k*-regular (*k* > 0) possui um emparelhamento perfeito. Prove ou refute esta afirmação.
2. **(2 pontos)** Determine um fluxo de volume máximo do vértice 1 para o vértice 8, na rede representada pela matriz de incidências abaixo. Exiba um (1,8)-corte com capacidade igual à do seu fluxo.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | a1 | a2 | a3 | a4 | a5 | a6 | a7 | a8 | a9 | a10 | a11 | a12 | a13 | a14 | a15 | a16 | a17 | a18 |
| v1 | -1 | -1 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| v2 | 1 |  | -1 | -1 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| v3 |  | 1 | 1 |  | 1 | -1 | -1 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| v4 |  |  |  | 1 | -1 |  |  | -1 |  | -1 |  |  |  |  |  |  |  |  |
| v5 |  |  |  |  |  | 1 |  | 1 | -1 |  | -1 | -1 |  |  |  |  | -1 |  |
| v6 |  |  |  |  |  |  | 1 |  | 1 |  |  |  | -1 |  |  |  |  | -1 |
| v7 |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 1 | 1 |  |  | -1 | -1 |  |  |  |
| v8 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 1 | 1 | 1 |  | 1 |  |  |
| v9 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 1 | -1 | 1 | 1 |
| Capacidade | 18 | 14 | 4 | 15 | 3 | 9 | 10 | 2 | 6 | 9 | 5 | 3 | 9 | 8 | 6 | 12 | 4 | 5 |

1. (**2 pontos**) As cidades de Campinas, São José dos Campos e Cubatão possuem refinarias de petróleo que produzem 15, 12 e 13 milhões de litros de gasolina por semana. Estas cidades e mais as cidades de São Paulo e Santos devem ser abastecidas usando-se toda a produção das três refinarias. A necessidade semanal de consumo de gasolina destas 5 cidades é:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Campinas | São José dos Campos | Cubatão | São Paulo | Santos | São Carlos |
| 6 milhões | 4 milhões | 1 milhões | 23 milhões | 3 milhões | 3 milhões |

O custo, em centavos, para transportar cada litro de gasolina entre estas cidades é dado na tabela abaixo. Desejamos planejar como distribuir a gasolina de forma a minimizar o custo total do transporte. Modele este problema como um PL e resolva o modelo.

| de \ para | Campinas | São José dos Campos | Cubatão | São Paulo | Santos | São Carlos |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Campinas | - | 2 | - | 3 | - | 3 |
| São José dos Campos | 3 | - | - | 2 | 5 | 4 |
| Cubatão | - | - | - | 2 | 1 | - |
| São Paulo | 3 | 2 | 1 | - | - | - |
| Santos | - | 6 | 1 | - | - | - |
| São Carlos | - | 3 | - | - | - | - |